

Oberflächenpolaritonen zweiachsiger Kristalle mit Plattenform

G. Borstel

Fachbereich Physik der Universität Münster,
Lehrstuhl Prof. Dr. L. Merten

(Z. Naturforsch. **29 a**, 1306–1310 [1974]; eingegangen am 4. Juni 1974)

Surface Polaritons of Biaxial Crystals in the Slab Configuration

Fano type surface polaritons in biaxial crystal plates are discussed. The dispersion relation for Fano modes is derived and has been evaluated for an α -quartz slab with regard to real and virtual extraordinary surface modes.

Einleitung

Oberflächenpolaritonen in isotropen Kristallproben mit Plattenform wurden erstmalig von Kliever und Fuchs¹ und später von Ruppig und Englman² mittels eines makroskopischen Ansatzes theoretisch behandelt. Man fand, daß Oberflächenpolaritonen in der Plattengeometrie stets stationär sind, d. h. keine elektromagnetische Energie in den Außenraum abstrahlen, und folglich nicht durch die herkömmlichen IR-Absorptions- und Reflexionsexperimente angeregt werden können. Ihre Frequenzen liegen für zweiatomige kubische Kristallproben in dem für Volumenpolaritonen verbotenen Frequenzbereich $\omega^{\text{TO}} < \omega < \omega^{\text{LO}}$, wobei ω^{TO} die Reststrahlungsfrequenz und ω^{LO} die Frequenz des longitudinalen langen optischen Phonons bedeutet.

Der erste experimentelle Nachweis von Oberflächenpolaritonen in NaCl-Platten gelang Bryksin u. a.^{3,4} mit Hilfe der Methode der verminderten Totalreflektion (ATR). In Übereinstimmung mit den Ergebnissen in^{1,2} konnten im Frequenzbereich $\omega^{\text{TO}} < \omega < \omega^{\text{LO}}$ zwei Dispersionszweige nachgewiesen werden, die zumindestens qualitativ den theoretischen Dispersionsrelationen folgten.

Polaritonen in anisotropen Kristallproben mit Plattenform wurden in⁵ diskutiert. Im folgenden setzen wir die in⁵ begonnene Untersuchung fort. Wir zeigen, daß Oberflächenpolaritonen des Fano-Typs nur für spezielle Richtungen des Wellenvektors existieren können. Für diese Fälle wird der Verlauf der Dispersionskurven untersucht. Zur Demonstration der Theorie berechnen wir das Dispersionsverhalten von reell und virtuell angeregten Oberflächenpolaritonen in α -Quarz-Platten, bei denen die optische Achse parallel zur Oberfläche verläuft.

Sonderdruckanforderungen an Dr. G. Borstel, Physikal. Institut der Westf. Wilhelms-Universität, D-4400 Münster, Schloßplatz 7.

Theorie

Die kristallographische z -Achse stehe senkrecht auf den bei $z=a$ und $z=-a$ befindlichen Oberflächen der Kristallplatte mit der Dicke $d=2a$. Der orthorhombische Kristall befinde sich in einem isotropen Medium M mit der dielektrischen Konstanten $\epsilon_M \geq 1$ und sei durch einen frequenzabhängigen dielektrischen Diagonaltensor $\epsilon(\omega)$ mit den Hauptdiagonalelementen $\epsilon_x(\omega)$, $\epsilon_y(\omega)$, $\epsilon_z(\omega)$ charakterisiert.

Wie in⁵ gezeigt wurde, hat die aus den Maxwell'schen Gleichungen folgende charakteristische Gleichung zur Bestimmung des Wellenvektors und der Frequenz ω die Form

$$\sum_{\alpha} \frac{\epsilon_{\alpha}(\omega) k_{\alpha}^2}{n^2 - \epsilon_{\alpha}(\omega)} = 0 \quad (|z| < a), \quad (1a)$$

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = (\omega^2/c^2) \epsilon_M \quad (|z| > a). \quad (1b)$$

Hierbei bedeuten

$$\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z) \quad \text{und} \quad \mathbf{k}_M = (k_x, k_y, k_{Mz})$$

den Wellenvektor im Kristall bzw. im Medium M, $n^2 = (c^2/\omega^2) \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}$ den Brechungsindex.

Im Kristallinneren $|z| < a$ setzen wir als Lösung für das elektrische Feld an

$$\begin{aligned} E_x(z) &= E_x(\exp\{i k_z z\} \pm \exp\{-i k_z z\}), \\ E_y(z) &= E_y(\exp\{i k_z z\} \pm \exp\{-i k_z z\}), \\ E_z(z) &= E_z(\exp\{i k_z z\} \mp \exp\{-i k_z z\}). \end{aligned} \quad (2a)$$

Dabei hat, bezogen auf $E_z(z)$, die Lösung mit dem oberen Vorzeichen ungerade Parität, die mit dem unteren Vorzeichen gerade Parität.

Im Medium M wählen wir vom Kristall her auslaufende Wellen der Form

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_M(z) &= \mathbf{E}_M \exp\{i k_{Mz} z\} \quad (z > a), \\ \mathbf{E}_M(z) &= \mathbf{E}_M \exp\{-i k_{Mz} z\} \quad (z < -a), \end{aligned} \quad (2b)$$



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

wobei für das Verschwinden der Oberflächenwelle im Unendlichen offenbar

$$\text{Im } k_{Mz} > 0 \quad (3)$$

gefordert werden muß.

Der für beide elektromagnetische Felder gemeinsame Phasenfaktor hat dabei die Form

$$\exp \{ i k_x x + i k_y y - i \omega t \}. \quad (4)$$

Oberflächenpolaritonen, die gemäß (2) in beiden Medien bereits durch je eine Dämpfungskonstante k_z bzw. k_{Mz} charakterisiert sind, werden als Fano-Wellen bezeichnet⁶.

Wir werden im folgenden zeigen, daß Fano-Wellen stets transversal magnetisch (TM) polarisiert sind und in anisotropen Medien nur für gewisse Richtungen des zweidimensionalen Wellenvektors $\varphi = (k_x, k_y)$ existieren können.

Führt man in der Ebene $z=0$ ein neues Koordinatensystem \mathbf{x}', \mathbf{y}' mit $\mathbf{x}' \parallel \varphi, \mathbf{y}' \perp \varphi$ ein, so hat φ bezüglich dieser neuen Basis die Darstellung $\varphi = (k'_x, 0)$. Die elektromagnetischen Randbedingungen für die Komponenten des elektrischen Feldes und des magnetischen Feldes $\mathbf{H} = (c/\omega) \mathbf{k} \times \mathbf{E}$ parallel zu den Oberflächen der Kristallprobe sind

$$E'_x(\pm a) = E'_{Mx}(\pm a), \quad (5a)$$

$$E'_y(\pm a) = E'_{My}(\pm a), \quad (5b)$$

$$k'_y E'_z(\pm a) - k_z E'_y(\pm a) = k'_y E'_{Mz}(\pm a) - k_{Mz} E'_{My}(\pm a), \quad (5c)$$

$$k_z E'_x(\pm a) - k'_x E'_z(\pm a) = k_{Mz} E'_{Mx}(\pm a) - k'_x E'_{Mz}(\pm a). \quad (5d)$$

Die Randbedingungen für die Stetigkeit der Normalkomponenten der dielektrischen Verschiebung \mathbf{D} und des magnetischen Feldes folgen aus (5) und brauchen daher nicht mehr berücksichtigt werden.

Wegen $k'_y = 0$ folgt nunmehr aus (5c) mit (5b)

$$k_z E'_y(\pm a) = k_{Mz} E'_{My}(\pm a). \quad (6)$$

Schließt man die Lösung $k_z = k_{Mz}$ von (6) aus, die nicht zu Oberflächenpolaritonen führt, so erfordert (6) mit (2a) offenbar

$$E'_y = 0. \quad (7a)$$

Drückt man E'_y im alten Basissystem aus, so gilt

$$E'_y = (k_x^2 + k_y^2)^{-1/2} (k_x E_y - k_y E_x) = 0, \quad (7b)$$

und damit $H_z = (c/\omega) (k_x E_y - k_y E_x) = 0$. Fano-Wellen sind also notwendig transversal magnetisch polarisiert.

Setzt man ohne Beschränkung der Allgemeinheit $k_x \neq 0$ voraus, so ergibt der Vergleich von Gl. (7b) und Gl. (5) in⁵, daß Fano-Wellen nur für $k_y = 0$, d. h. nur für Fortpflanzungsrichtungen entlang einer dielektrischen Hauptachse in der Ebene $z = 0$ (Abb. 1), existieren können. Die Gültigkeit der aus den elektromagnetischen Randbedingungen folgenden charakteristischen Gl. (11) in⁵ muß also auf Kristallhaupttrichtungen eingeschränkt werden und nimmt dann die Form

$$\frac{\epsilon_M k_x^2}{n^2 - \epsilon_x} + \frac{\epsilon_z k_z k_{Mz}}{n^2 - \epsilon_z} \left\{ \coth(i k_z a) \right\} = 0 \quad (1c)$$

an. Hierbei beschreibt die coth-Lösung diejenige mit gerader Parität bezüglich $E_z(z)$, die tanh-Lösung die mit ungerader Parität. Mit Hilfe des transzendenten Gleichungssystems (1) läßt sich nunmehr das Dispersionsverhalten von Fano-Wellen in anisotropen Kristallplatten als Funktion des Wellenvektors $\varphi = (k_x, 0)$ berechnen. Die Zusammenfassung der Gl. (1) zu einer expliziten Dispersionsrelation ist offenbar nur in Grenzfällen möglich.

Die Ursache für das Auftreten von zwei Dispersionszweigen liegt darin, daß bei endlicher Plattendicke die Entartung der beiden an den Grenzflächen der Platte lokalisierten Oberflächenpolaritonen durch Wechselwirkung aufgehoben wird. Bei stetiger Vergrößerung der Plattendicke d verringert sich der Grad der Wechselwirkung und damit der Abstand der Dispersionszweige. Im Grenzfall $d = 2a = \infty$ lassen sich die Gl. (1) für die coth-Mode und die tanh-Mode zu einer expliziten Dispersionsrelation

$$k_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_M \epsilon_z \frac{\epsilon_x - \epsilon_M}{\epsilon_x \epsilon_z - \epsilon_M^2}, \quad \epsilon_x < 0, \quad (8)$$

zusammenfassen. In diesem Grenzfall sind also die Oberflächenwellen beider Grenzflächen der Platte vollständig entartet und man erhält für beide den Dispersionsverlauf der Oberflächenwelle eines halbunendlichen Kristalls⁶.

Im elektrostatischen Grenzfall $k_x \rightarrow \infty$ ($\omega < \infty$) gilt nach (1) $k_z \rightarrow \infty, k_{Mz} \rightarrow \infty$. Für die Grenzfrequenzen ω_j^S der langen optischen Oberflächenphononen folgt damit für beide Moden

$$\epsilon_x(\omega_j^S) \cdot \epsilon_z(\omega_j^S) = \epsilon_M^2, \quad (9)$$

wobei $\epsilon_x < 0, \epsilon_z < 0$ gilt. Der Vergleich von Gl. (9) mit Gl. (8) für $k_x \rightarrow \infty$ zeigt, daß im elektrostatischen Grenzfall die Frequenzen der Oberflächenphononen des halbunendlichen Kristalls mit denen

der Plattengeometrie zusammenfallen. Dies bedeutet, daß sich die Aufspaltung in coth- und tanh-Mode auch bei geringer Plattendicke nur im Bereich $10^3 \text{ cm}^{-1} \lesssim k_x \lesssim 10^4 \text{ cm}^{-1}$ signifikant bemerkbar machen wird.

Der Übergang zu isotropen Kristallproben ($\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z \equiv \epsilon$) läßt sich in (1) folgendermaßen durchführen:

Aus (1a) folgt für $k_y = 0$

$$\frac{n^2 - \epsilon_z}{n^2 - \epsilon_x} = - \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \frac{k_z^2}{k_x^2}.$$

Im Grenzfall $\epsilon_x \rightarrow \epsilon_z$ erhält man daraus

$$\frac{n^2 - \epsilon_z}{n^2 - \epsilon_x} \rightarrow - \frac{k_z^2}{k_x^2}.$$

Andererseits gilt nach (1c) für die coth- bzw. tanh-Mode

$$\epsilon_z = -\epsilon_M \frac{n^2 - \epsilon_z}{n^2 - \epsilon_x} \frac{k_x^2}{k_z k_{Mz}} \frac{1}{\coth(i k_z a)},$$

$$\epsilon_z = -\epsilon_M \frac{n^2 - \epsilon_z}{n^2 - \epsilon_x} \frac{k_x^2}{k_z k_{Mz}} \frac{1}{\tanh(i k_z a)},$$

woraus für isotrope Proben mit Plattenform die von Kliewer und Fuchs¹ angegebenen Relationen

$$\epsilon = \epsilon_M (k_z/k_{Mz}) \tanh(i k_z a),$$

$$\epsilon = \epsilon_M (k_z/k_{Mz}) \coth(i k_z a)$$

folgen.

Für die Frequenzen ω_j^S des elektrostatischen Grenzfalles ergibt sich für isotrope Proben nach (9)

$$\epsilon(\omega_j^S) = -\epsilon_M.$$

Nach unseren obigen Folgerungen beschreibt diese Gleichung auch die Grenzfrequenzen der langen optischen Oberflächenphononen in isotropen halbumendlichen Kristallproben.

Da der prinzipielle Dispersionsverlauf von Fano-Wellen in orthorhombischen Kristallen mit Plattenform weitgehend dem der entsprechenden halbumendlichen Kristallproben entspricht, wenn man zusätzlich die Aufhebung der Entartung der Oberflächenpolaritonen gemäß (1c) berücksichtigt, kann hier auf bereits vorliegende Untersuchungen von halbumendlichen Kristallen in^{7,8} zurückgegriffen werden.

Alle Lösungen von (1), für die $\epsilon_x < 0$, $\epsilon_z < 0$ gilt, werden als reell angeregte Oberflächenpolaritonen bezeichnet. Für diese existiert stets eine Lösung der Gl. (9), so daß reell angeregte Moden

auch im elektrostatischen Grenzfall, d. h. ohne Ankoppelung an das elektromagnetische Feld, auftreten. In einem Frequenzintervall, in dem $\epsilon_x < 0$, $\epsilon_z < 0$ gilt, nimmt das Produkt $\epsilon_x \cdot \epsilon_z$ jeden beliebigen Wert zwischen Null und Unendlich an, d. h. die Zahl der Lösungen von (9) und damit die Anzahl der reell angeregten Oberflächenpolaritonen hängt nicht von der dielektrischen Konstanten ϵ_M des äußeren Mediums ab und stellt somit eine charakteristische Eigenschaft des Kristalls dar.

Neben diesen führen nur noch Lösungen von (1) mit $\epsilon_x < 0$, $\epsilon_z > \epsilon_M \geq 1$ auf Oberflächenwellen. Es handelt sich hierbei um virtuell angeregte Moden, die nur für verhältnismäßig kleine Werte des Wellenvektors auftreten können und für größere Werte von k_x in rein longitudinale und rein transversale Volumenpolaritonen zerfallen. Das Auftreten von virtuell angeregten Oberflächenpolaritonen ist eine charakteristische Eigenschaft von anisotropen Kristallproben, da für isotrope Proben ($\epsilon_x = \epsilon_z \equiv \epsilon$) die beiden Bedingungen $\epsilon_x < 0$, $\epsilon_z > \epsilon_M \geq 1$ nicht gleichzeitig erfüllt werden können. Im Gegensatz zu den reell angeregten hängt die Anzahl der in einer Kristallprobe auftretenden virtuell angeregten Fano-Wellen von dem Wert ϵ_M der dielektrischen Konstanten im Außenraum auf. Dies ist aus der Forderung (3) ersichtlich, die mit (1b) für $k_y = 0$ die Form

$$k_x^2 > (\omega^2/c^2) \epsilon_M$$

annimmt. Da für virtuell angeregte Moden k_x^2 beschränkt ist, kann durch Wahl eines geeignet hohen Wertes von ϵ_M diese Forderung unerfüllbar werden, so daß in einem solchen Fall keine virtuell angeregten Fano-Wellen mehr existieren können.

Oberflächenpolaritonen von α -Quarz-Platten

Um die Theorie des letzten Abschnitts auf α -Quarz anwenden zu können, sind zunächst die dort gewonnenen Ergebnisse auf Kristallproben des einachsigen Systems zu spezialisieren. Die dielektrische Hauptkomponente parallel zur optischen Achse wird im folgenden mit $\epsilon_{||}$ bezeichnet, diejenige senkrecht dazu mit ϵ_{\perp} . Je nach Lage der optischen Achse relativ zu den Kristalloberflächen und zur Ausbreitungsrichtung der Fano-Welle sind offenbar die drei folgenden Fälle möglich:

Liegt die optische Achse parallel zur Flächennormalen \mathbf{z} , so stellt die Ebene $z=0$ eine optisch isotrope Ebene der Probe dar. Das Dispersionsverhal-

ten muß daher unabhängig bezüglich Drehungen der Probe um die z -Achse sein. Nach (1) sind die drei Bestimmungsgleichungen in diesem Falle

$$\begin{aligned} \varepsilon_{||} k_z^2 + \varepsilon_{\perp} (k_x^2 + k_y^2) - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} \varepsilon_{||} &= 0, \\ k_{Mz}^2 + (k_x^2 + k_y^2) - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_M &= 0, \\ \frac{\varepsilon_M (k_x^2 + k_y^2)}{n^2 + \varepsilon_{\perp}} + \frac{\varepsilon_{||} k_z k_{Mz}}{n^2 - \varepsilon_{||}} \left\{ \begin{array}{l} \coth(i k_z a) \\ \tanh(i k_z a) \end{array} \right\} &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Liegt die optische Achse in der Ebene $z=0$ und parallel zur Wellenausbreitung entlang der x -Achse, so lauten die entsprechenden Gleichungen

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\perp} k_z^2 + \varepsilon_{||} k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} \varepsilon_{||} &= 0, \\ k_{Mz}^2 + k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_M &= 0, \\ \frac{\varepsilon_M k_x^2}{n^2 - \varepsilon_{||}} + \frac{\varepsilon_{\perp} k_z k_{Mz}}{n^2 - \varepsilon_{\perp}} \left\{ \begin{array}{l} \coth(i k_z a) \\ \tanh(i k_z a) \end{array} \right\} &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Der letzte noch mögliche Fall besteht darin, daß die optische Achse in der Ebene $z=0$ parallel zur y -Achse liegt und das Oberflächenpolariton senkrecht dazu entlang der x -Achse verläuft. In diesem Falle gilt

$$\begin{aligned} k_z^2 + k_x^2 - (\omega^2/c^2) \varepsilon_{\perp} &= 0, \\ k_{Mz}^2 + k_x^2 - (\omega^2/c^2) \varepsilon_M &= 0, \\ \varepsilon_M k_z - \varepsilon_{\perp} k_{Mz} \left\{ \begin{array}{l} \coth(i k_z a) \\ \tanh(i k_z a) \end{array} \right\} &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

In Analogie zu den Volumenpolaritonen unendlicher einachsiger Kristalle werden die Oberflächenpolaritonen nach (10) und (11) als außerordentlich, diejenigen nach (12) als ordentlich bezeichnet.

Das Dispersionsverhalten ordentlicher Fano-Wellen entspricht dem der Oberflächenpolaritonen isotroper Proben, die in ¹ eingehend behandelt worden sind. Zur Demonstration der Theorie, insbesondere in Hinblick auf reell und virtuell angeregte Oberflächenpolaritonen, zeigt Abb. 1 den Dispersionsverlauf zweier außerordentlicher Fano-Wellen in α -Quarz-Platten. Hierbei wurde die optische Achse parallel zur Oberfläche und zur Ausbreitungsrichtung der Welle angenommen. Das die Probe umgebende Medium M ist das Vakuum, d. h. es gilt $\varepsilon_M = 1$. Die Darstellung der zur Auswertung der Gln. (11) benötigten dielektrischen Funktionen $\varepsilon_{||}(\omega)$, $\varepsilon_{\perp}(\omega)$ ist in ⁹ für α -Quarz beschrieben.

Abbildung 1a zeigt den Dispersionsverlauf der reellen Mode nahe 1100 cm^{-1} für Plattendicken $d = 1 \mu$ und $d = \infty$. Die maximale Aufspaltung der beiden Dispersionszweige Π_+ und Π_- liegt für

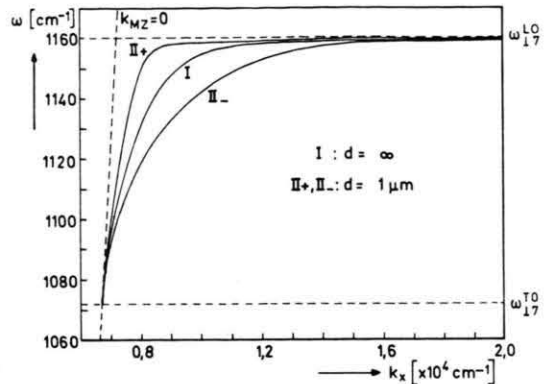


Abb. 1 a. Dispersion von reell angeregten außerordentlichen Oberflächenpolaritonen in α -Quarz-Platten der Dicke d . Π_+ : coth-Mode, Π_- : tanh-Mode.

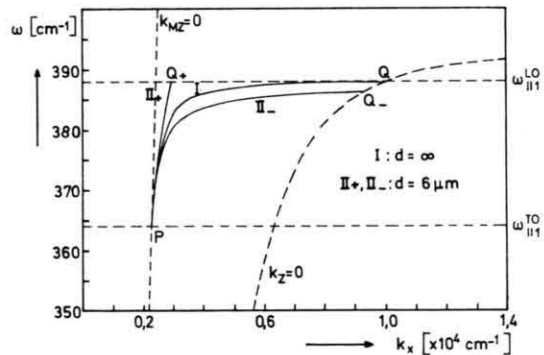


Abb. 1 b. Dispersion von virtuell angeregten außerordentlichen Oberflächenpolaritonen in α -Quarz-Platten der Dicke d . Π_+ : coth-Mode, Π_- : tanh-Mode.

$d = 1 \mu$ nahe $k_x = 8000 \text{ cm}^{-1}$ und beträgt etwa 30 Wellenzahlen. Tabelle 1 zeigt die Frequenzwerte der coth- und tanh-Mode sowie ihre Differenz für verschiedene Plattendicken bei $k_x = 8000 \text{ cm}^{-1}$. Man

Tab. 1. Aufspaltung des reell angeregten Dispersionszweiges nahe 1100 cm^{-1} in α -Quarz-Platten verschiedener Dicke d ($k_x = 8000 \text{ cm}^{-1}$).

$d (\mu)$	$\omega_+ (\text{cm}^{-1})$	$\omega_- (\text{cm}^{-1})$	$\omega_+ - \omega_- (\text{cm}^{-1})$
0,5	1158,4	1106,7	51,7
1,0	1148,9	1119,4	29,5
2,0	1133,1	1128,4	4,7
3,0	1130,9	1130,1	0,8
4,0	1130,6	1130,4	0,2
5,0	1130,5	1130,5	0,0
∞	1130,5	1130,5	0

sieht deutlich, daß die Aufspaltung der beiden Zweige mit wachsender Plattendicke immer geringer wird und für $d \geq 5 \mu$ praktisch verschwindet. Da das Auflösungsvermögen von ATR-Messungen an Oberflächenpolaritonen zur Zeit bei etwa 2 cm^{-1} liegt, dürften zum sicheren experimentellen Nachweis dieses Aufspaltungseffekts Plattendicken in der Größenordnung von 2μ nötig sein.

Der Dispersionsverlauf des virtuell angeregten Oberflächenpolaritons nahe 380 cm^{-1} ist in Abb. 1 b für $d = 6 \mu$ und $d = \infty$ dargestellt. Die Aufspaltung der beiden Moden beträgt bei $k_x = 2800 \text{ cm}^{-1}$ etwa 6 Wellenzahlen. Der Stoppunkt Q_+ der coth-Mode liegt bei 2930 cm^{-1} , der der tanh-Mode dagegen bei 9320 cm^{-1} . Bei Vergrößerung der Plattendicke d bewegt sich Q_+ längs der Geraden $\omega = \omega_{\parallel 1}^{L0}$, Q_- längs der Kurve $k_z = 0$ auf Q , den Stoppunkt der virtuell angeregten Welle im halbbunendlichen Kristall, zu.

Die in Abb. 1 mit I bezeichneten Dispersionskurven der außerordentlichen Oberflächenpolaritonen des entsprechenden halbbunendlichen Kristalls konnten kürzlich neben anderen Dispersionszweigen mit Hilfe der ATR-Methode ausgemessen werden¹⁰. Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment erweist sich dabei als sehr gut, insbesondere konnte die Existenz des Stoppunktes Q in Abb. 1 b experimentell gesichert werden. Messungen an dünnen α -Quarz-Platten scheinen dagegen zur Zeit noch nicht vorzuliegen.

Herrn Professor Dr. L. Merten danke ich für anregende Diskussionen. Die Arbeit wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft finanziell unterstützt.

¹ K. L. Kliever u. R. Fuchs, Phys. Rev. **144**, 495 [1966].

² R. Ruppel u. R. Englman, Rep. Prog. Phys. **33**, 149 [1970].

³ V. V. Bryksin, Yu. M. Gerbshtein u. D. N. Mirin, Soviet Phys.-Solid State **13**, 1779 [1972].

⁴ V. V. Bryksin, Yu. M. Gerbshtein u. D. N. Mirin, Soviet Phys.-Solid State **14**, 2849 [1973].

⁵ G. Borstel, Z. Naturforsch. **28a**, 1055 [1973].

⁶ E. Burstein, A. Hartstein, J. Schoenwald, A. A. Maradudin, D. L. Mills u. R. F. Wallis, Proc. Taormina Res. Conf. Structure of Matter, Polaritons, 2. bis 6. Oktober, Taormina (Italien) 1972, wird veröffentlicht.

⁷ A. Hartstein, E. Burstein, J. J. Brion u. R. F. Wallis, Surf. Sci. **34**, 81 [1973].

⁸ A. Hartstein, E. Burstein, J. J. Brion u. R. F. Wallis, Solid State Commun. **12**, 1083 [1973].

⁹ L. Merten, Z. Naturforsch. **24a**, 1878 [1969].

¹⁰ H. J. Falge u. A. Otto, Phys. Stat. Sol. **56**, 523 [1973].